

« *Easy-COI* [©] », une méthode pratique pour calculer le coefficient de consanguinité

par Jean-Marie Vanbutsele

En 1922, S. Wright, un généticien américain, propose une formule mathématique pour calculer le « coefficient de consanguinité ». Désigné par la lettre “F” par Wright, la formule est mieux connue sous le nom anglais « COI » (« Coefficient of Inbreeding »). Cette formule, à première vue incompréhensible, la voici :

$$F_x = \sum [(1/2)^{n_1+n_2+1} (1 + F_a)]$$

Pour expliquer cette équation, il existe une littérature spécialisée. Sur internet, de multiples sites traitent ce sujet. Diverses méthodes sont proposées mais dès que les exemples abordent des cas un peu plus complexes, il devient impossible de se retrouver dans les pedigrees tabulaires ou fléchés. D’autre part, des logiciels souvent coûteux proposent des calculs automatiques mais sans donner la possibilité d’obtenir les détails ou d’exercer le moindre contrôle sur le résultat proposé.

Pour démystifier cette formule, voici une méthode pratique pour calculer aisément le coefficient de consanguinité des cas les plus complexes. Pour ce faire, utilisons le pedigree de « Gamin » repris ci-dessous :

Pedigree of Gamin

Generation 1 PARENTS	Generation 2 GRAND-PARENTS	Generation 3 G GRAND-PARENTS	Generation 4 G G GRAND-PARENTS	Generation 5 G G G GRAND-PARENTS
2 Father Vox	4 Pedro	8 Hiro	16 Hajax	32
			17 Myra	33
3 Mother Nina	5 Nina	9 Toura	18 Hajax	34
			19	35
		10 Hiro	20 Hajax	36
			21 Myra	37
	6 Hiro	11 Nola	22 Hajax	38
			23 Erika	39
		12 Hajax	24	40
			25	41
		13 Myra	26	42
			27	43
	7 Nola	14 Hajax	28	44
			29	45
		15 Erika	30	46
			31	47
				48
				49
				50
				51
				52
				53
				54
				55
				56
				57
				58
				59
				60
				61
				62
				63

Sur ce pedigree, chaque nom est précédé d’un numéro. C’est une numérotation fonctionnelle utilisée en généalogie et qui s’appelle la « numérotation Stradonitz ». Chaque nombre pair est un père et chaque nombre impair est une mère. En multipliant chaque numéro par deux vous obtenez le nom du père et en multipliant chaque numéro par deux plus « 1 » vous obtenez le nom de la mère. La première génération commence par 2, la seconde par 4, la troisième par 8 et ainsi de suite.

1. Le tableau de préparation

Le pedigree de présentation classique n'est pas un outil qui permet la recherche des chaînes de parenté avec facilité et efficacité. Nous allons transposer toutes les données du pedigree vers un tableau à colonnes. Le tableau se présente en deux parties : **l'ascendance du père**, d'une part, **et l'ascendance de la mère**, d'autre part. Les noms sont classés verticalement dans l'ordre de la numérotation. C'est une opération purement mécanique qui ne présente aucune difficulté. Voici le pedigree transposé de Gamin :

1. Tableau de préparation						
Ascendance du père						
Génération	Numéro	Nom	Ancêtres communs	Liste des Descendants		
1	2	Vox				
2	4	Pedro		Vox		
2	5	Nina	A1	Vox		
3	8	Hiro	B1	Pedro	Vox	
3	9	Toura		Pedro		
3	10	Hiro	B2	Nina	Vox	
3	11	Nola	C1	Nina	Vox	
4	16	Hajax	D1	Hiro	Pedro	Vox
4	17	Myra	E1	Hiro	Pedro	Vox
4	18	Hajax	D2	Toura	Pedro	Vox
4	19					
4	20	Hajax	D3	Hiro	Nina	Vox
4	21	Myra	E2	Hiro	Nina	Vox
4	22	Hajax	D4	Nola	Nina	Vox
4	23	Erika	F1	Nola	Nina	Vox

Ascendance de la mère						
Génération	Numéro	Nom	Ancêtres communs	Liste des Descendants		
1	3	Nina	A2			
2	6	Hiro	B3	Nina		
2	7	Nola	C2	Nina		
3	12	Hajax	D5	Hiro	Nina	
3	13	Myra	E3	Hiro	Nina	
3	14	Hajax	D6	Nola	Nina	
3	15	Erika	F2	Nola	Nina	
4	24					
4	25					
4	26					
4	27					
4	28					
4	29					
4	30					
4	31					

Ce tableau comprend les cinq colonnes suivantes :

1. la colonne « **Génération** » qui reprend la génération du sujet
2. la colonne « **Numéro** » qui reprend le numéro du sujet
3. la colonne « **Nom** » qui reprend le nom du sujet
4. la colonne « **Ancêtres communs** » expliquée ci-après
5. les colonnes « **Liste des Descendants** » qui reprennent les noms des descendants du sujet.

Toutes les informations nécessaires sont maintenant rassemblées dans un format bien précis. Ceci termine la phase de préparation.

2. Le tableau des « Chaînes de parenté »

Première étape : Recherche des « Ancêtres communs »

Il y a lieu d'abord de rechercher les ancêtres communs de Gamin qui se retrouvent **simultanément** dans l'ascendance de son père, d'une part, et dans l'ascendance de sa mère, d'autre part. Ils sont au nombre de six :

Nina, Hiro, Nola, Hajax, Myra et Erika.

Identifions chacun deux avec une lettre que nous inscrivons dans la colonne « Ancêtres communs ». Chaque lettre séparément est ensuite numérotée à partir du haut vers le bas. Voir les exemples dans le tableau.

Deuxième étape : Recherche des « Chaînes de parenté »

Une chaîne de parenté est constituée de tous les sujets qui relient un ancêtre commun du côté paternel vers le côté maternel en passant par Gamin. Les chaînes de parenté sont tous les chemins possibles pour qu'un allèle soit donné au chiot à la fois par son père et par sa mère. Le coefficient de consanguinité d'un sujet est donc la probabilité pour que deux allèles situés au même endroit (locus) sur un chromosome (où ils constituent un gène) soient identiques « par descendance ». Depuis un ancêtre commun, la probabilité de transmission d'un allèle donné est de $\frac{1}{2}$ à chaque génération. S'il n'y a pas d'ancêtre commun, la consanguinité est nulle.

Comment établir maintenant avec certitude la liste de toutes les « chaînes de parenté » des six ancêtres communs identifiés au cours de la première étape ? C'est simple, mais il faut procéder avec rigueur afin de ne pas oublier une chaîne.

Remplissons les 3 premières colonnes du second tableau avec la liste de toutes les chaînes de parenté possibles. Les chaînes de parenté sont composées d'une ligne de chaque lettre mentionnée dans la colonne « ancêtres communs » de la partie « Ascendance du père » du tableau de préparation avec une ligne de chacune des mêmes lettres de la partie « Ascendance de la mère ». La liste complète des chaînes de parenté est reprise dans le tableau 2 ci-dessous.

2. Tableau des Chaînes de Parenté					
Nom	Lignes	Liste des descendants	A éliminer	Gen1	Gen2
Nina	A1 et A2	Vox		2	1
Hiro	B1 et B3	Pedro-Vox-Nina		3	2
Hiro	B2 et B3	Nina-Vox-Nina	X		
Nola	C1 et C2	Nina-Vox-Nina.	X		
Hajax	D1 et D5	Hiro-Pedro-Vox-Hiro-Nina	X		
Hajax	D1 et D6	Hiro-Pedro-Vox-Nola-Nina		4	3
Hajax	D2 et D5	Toura-Pedro-Vox-Nola-Nina		4	3
Hajax	D2 et D6	Toura-Pedro-Vox-Hiro-Nina		4	3
Hajax	D3 et D5	Hiro-Pedro-Vox-Hiro-Nina	X		
Hajax	D3 et D6	Hiro- Nina -Vox-Nola- Nina	X		
Hajax	D4 et D5	Nola- Nina -Vox-Hiro- Nina	X		
Hajax	D4 et D6	Nola-Nina -Vox-Nola- Nina	X		
Myra	E1 et E3	Hiro-Pedro-Vox-Hiro-Nina	X		
Myra	E2 et E3	Hiro-Nina -Vox- Hiro-Nina	X		
Erika	F1 et F2	Nola-Nina -Vox-Nola- Nina	X		

Le tableau est composé de pas moins de 15 chaînes de parenté. ***Seules les chaînes de parenté dont la liste des descendants est formée de noms uniques ou non redondants sont à prendre en considération.*** Toutes les autres sont à éliminer. En effet, les noms redondants forment, quant à eux, déjà une chaîne de parenté.

Indiquons une croix dans la quatrième colonne pour les chaînes à éliminer. Pour les autres chaînes, il y a lieu d'inscrire la génération de l'ancêtre commun du côté paternel dans la colonne « Gen1 » et la génération de l'ancêtre commun du côté maternel dans la colonne « Gen2 ». Finalement, 5 chaînes de parenté entrent en compte pour calculer le coefficient de consanguinité.

3. Le tableau des calculs

Dans la première colonne, sont repris les noms des 5 chaînes de parenté du tableau 2 qui entrent en compte pour calculer le coefficient de consanguinité. Dans la deuxième colonne, sont repris les deux numéros, figurant sur le pedigree, qui déterminent le commencement et la fin de chacune des 5 chaînes de parenté.

Pedigree de : Gamin					
Détail du calcul du coefficient de consanguinité					
Noms des chaînes de parenté	Numéros sur le pedigree	Coefficient de l'ancêtre commun	Coefficient additionnel (1)	Somme (Σ)	Contribution génétique en %
Nina	5 - 3	0,250000	(1 + 0,125)	0,281250	72%
Hiro	8 - 6	0,062500	1	0,062500	16%
Hajax	16 - 14	0,015625	1	0,015625	4%
Hajax	18 - 12	0,015625	1	0,015625	4%
Hajax	18 - 14	0,015625	1	0,015625	4%
			en valeur	0,390625	100%
			en %	39,0625	

(1) Si parmi les ancêtres communs retenus, ils ont eux-mêmes des ancêtres communs, leur coefficient de consanguinité doit aussi être pris en compte.

Colonne « Coefficient de l'ancêtre commun »

Dans cette colonne, s'inscrit le résultat du calcul de la première partie de la formule $[(\frac{1}{2})^{gen1+gen2-1}]$ laquelle donne exactement le même résultat que la formule de Wright $[(\frac{1}{2})^{n1+n2+1}]$. La constante « +1 » remplace la constante « - 1 » de la formule Wright. Voici les calculs :

pour « Nina » : soit $(\frac{1}{2})^{2+1-1} = (\frac{1}{2})^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$
pour « Hiro » : soit $(\frac{1}{2})^{3+2-1} = (\frac{1}{2})^4 = 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 0,0625$
pour « Hajax » : soit $(\frac{1}{2})^{4+3-1} = (\frac{1}{2})^6 = 0,015625$ (identiques pour les trois lignes)

Colonne « Coefficient additionnel »

Si parmi les ancêtres communs retenus, ils ont eux-mêmes des ancêtres communs, leur coefficient de consanguinité doit aussi être pris en compte. C'est le dernier élément du calcul qui correspond à la deuxième partie $(1 + Fa)$ de la formule de Wright. « Hiro » et « Hajax » n'ont pas d'ancêtres communs. Par contre, « Nina » a elle-même comme ancêtre commun « Hajax ». Le calcul donne une valeur de 0,125. Nous reportons dans la colonne le montant de « 1 + 0,125 ».

Colonne « Somme (Σ) »

Le montant de la multiplication des valeurs des deux colonnes « Coefficient » sont à reprendre dans la colonne « Somme (Σ) ». À la première ligne, pour Nina, nous obtenons $0,25 \times (1 + 0,125)$ soit 0,28125. Ainsi de suite pour les autres lignes.

Pour finaliser, il y a lieu d'opérer l'addition des valeurs recueillies dans cette colonne qui donne le coefficient de consanguinité total de Gamin soit 0,390625 ou un taux de 39,0625 %.

Colonne « Contribution génétique en % »

La dernière colonne du tableau donne en % la contribution génétique de chacun des ancêtres communs à l'augmentation totale de l'homozygotie. La contribution principale est celle de « Nina » avec 72 %. Celle de « Hiro » est de 16 % et celle d'« Hajax » s'élève à 3 x 4 % soit 12 %.

Conclusion

Si « **Easy-COI** » (méthode des « 3 tableaux » conçue par l'auteur) nous a permis d'analyser les éléments de l'équation de Wright, elle possède surtout l'avantage d'offrir une méthode de calcul relativement simple et transparente sans devoir recourir à des dessins ou des matrices. Elle permet de résoudre tous les cas complexes. Un calcul sur cinq générations augmentera la précision tout en sachant que les valeurs calculées seront toujours inférieures aux valeurs réelles. Conventionnellement, on considère qu'il y a outbreeding lorsque les géniteurs n'ont pas d'ancêtres communs sur cinq générations au moins.



Annexe

Autre exemple de calcul du coefficient de consanguinité selon la méthode des « 3 tableaux »

Voici le pedigree à cinq générations de :

Pedigree de : Valseuse de la Belle Equipe (L.O.S.H. 137891)

Generation 1 PARENTS		Generation 2 GRAND-PARENTS		Generation 3 G GRAND-PARENTS		Generation 4 G G GRAND-PARENTS		Generation 5 G G G GRAND-PARENTS	
2	Père	4	Matelot	8	Idéal de l'Ecaillon	16	Fram de l'Ecaillon	32	Caruso de Jolimont
	Sous-Lieutenant de la Brigade			9	Ivraie	17	Sibelle de Jolimont	33	Sibelle de Jolimont
3	Mère	5	Blanka de la Brigade	10	Fram de l'Ecaillon	18	Dictateur des Pimprenelles	34	Wip de Jolimont
				11	Ch. Crigga	19	Galathe du Pont-Albert	35	Trine de Jolimont
				12	Idéal de l'Ecaillon	20	Caruso de Jolimont	36	Mistral de l'Enclus
				13	Ivraie	21	Sibelle de Jolimont	37	Bellamie des Pimprenelles
		6	Matelot	14	Milord de la Clef des Champs	22		38	Ch. Carillon
				15	Peggy du Plus Oultre	23		39	Colette de Jolimont
		7	Tina du Plus Oultre			24	Fram de l'Ecaillon	40	Mastock
						25	Sibelle de Jolimont	41	Sarha de la Dendre
						26	Dictateur des Pimprenelles	42	Wip de Jolimont
						27	Galathe du Pont-Albert	43	Trine de Jolimont
						28	Ch. Ito	44	
						29	Ibérie de Jolimont	45	
						30	Rubiscor	46	
						31	Manon des Sars-Longchamps	47	
								48	Caruso de Jolimont
								49	Sibelle de Jolimont
								50	Wip de Jolimont
								51	Trine de Jolimont
								52	Mistral de l'Enclus
								53	Bellamie des Pimprenelles
								54	Ch. Carillon
								55	Colette de Jolimont
								56	Dictateur des Pimprenelles
								57	Dianelle du Chalet des Glycines
								58	Ch. Energique de Jolimont
								59	Fanette de Jolimont
								60	Marouf de Jolimont
								61	Edora
								62	Ch. Ito
								63	Wanna

1. Le tableau de préparation

Voici le pedigree de Valseuse transposé vers le tableau à colonnes :

1. Tableau de préparation									
Ascendance du père					Ascendance de la mère				
Génération	Numéro	Nom	Ancêtres communs	Descendant direct	Génération	Numéro	Nom	Ancêtres communs	Descendant direct
1	2	Sous-Lieutenant			1	3	Unique		
2	4	Matelot	A1	Sous-Lieutenant	2	6	Matelot	A2	Unique
2	5	Blanka		Sous-Lieutenant	2	7	Tina		Unique
3	8	Idéal		Matelot	3	12	Idéal		Matelot
3	9	Ivraie		Matelot	3	13	Ivraie		Matelot
3	10	Fram	B1	Blanka	3	14	Milord		Tina
3	11	Crigga		Blanka	3	15	Peggy		Tina
4	16	Fram		Idéal	4	24	Fram	B2	Idéal
4	17	Sibelle	C1	Idéal	4	25	Sibelle	C4	Idéal
4	18	Dictateur	D1	Ivraie	4	26	Dictateur		Ivraie
4	19	Galathea		Ivraie	4	27	Galathea		Ivraie
4	20	Caruso		Fram	4	28	Ito		Milord
4	21	Sibelle	C2	Fram	4	29	Ibérie		Milord
4	22				4	30	Rubiscor		Peggy
4	23				4	31	Manon		Peggy
5	32	Caruso		Fram	5	48	Caruso		Fram
5	33	Sibelle	C3	Fram	5	49	Sibelle	C5	Fram
5	34	Wip		Sibelle	5	50	Wip		Sibelle
5	35	Trine		Sibelle	5	51	Trine		Sibelle
5	36	Mistral		Dictateur	5	52	Mistral		Dictateur
5	37	Bellamie		Dictateur	5	53	Bellamie		Dictateur
5	38	Carillon		Galathea	5	54	Carillon		Galathea
5	39	Colette		Galathea	5	55	Colette		Galathea
5	40	Mastock		Caruso	5	56	Dictateur	D2	Caruso
5	41	Sarha		Caruso	5	57	Dianelle		Caruso
5	42	Wip		Sibelle	5	58	Energique		Sibelle
5	43	Trine		Sibelle	5	59	Fanette		Sibelle
5	44				5	60	Marouf		
5	45				5	61	Edora		
5	46				5	62	Ito		
5	47				5	63	Wanna		

Toutes les informations nécessaires sont maintenant rassemblées dans un format bien précis. Ceci termine la phase de préparation.

2. Le tableau des « Chaînes de parenté »

Première étape : Recherche des « Ancêtres communs »

Il y a lieu d'abord de rechercher les ancêtres communs de Valseuse qui se retrouvent simultanément dans l'ascendance de son père, d'une part, et dans l'ascendance de sa mère, d'autre part. Identifions chacun deux avec une lettre (pour autant qu'ils n'ont pas le même descendant direct) que nous inscrivons dans la colonne « Ancêtres communs ». Chaque lettre séparément est ensuite numérotée à partir du haut vers le bas. Voir les exemples dans le tableau 2 ci-dessous.

Deuxième étape : Recherche des « Chaînes de parenté »

Une chaîne de parenté est constituée de tous les sujets qui relient un ancêtre commun du côté paternel vers le côté maternel en passant par Valseuse. Les chaînes de parenté sont tous les chemins possibles pour qu'un allèle soit donné au chiot à la fois par son père et par sa mère. Comment établir maintenant avec certitude la liste de toutes les « chaînes de parenté » des ancêtres communs identifiés au cours de la première étape ? C'est simple, mais il faut procéder avec rigueur afin de ne pas oublier une chaîne.

Remplissons les trois premières colonnes du second tableau avec la liste de toutes les chaînes de parenté possibles. Les chaînes de parenté sont composées d'une ligne de chaque lettre mentionnée dans la colonne « ancêtres communs » de la partie « Ascendance du père » du tableau de préparation avec une ligne de chacune des mêmes lettres de la partie « Ascendance de la mère » (pour autant qu'ils n'ont pas le même descendant direct). Par exemple, C1 et C4 ayant le même descendant direct 'Idéal', cette chaîne n'est pas en prendre en considération. La liste des chaînes de parenté est reprise dans le tableau 2 ci-dessous.

2. Tableau des Chaînes de Parenté					
Nom	Lignes	Liste des Descendants	A éliminer	Gen 1	Gen 2
Matelot	A1 et A2	Père : Sous-Lieutenant Mère : Unique		2	2
Fram	B1 et B2	Père : Blanka - Sous-Lieutenant Mère : Idéal - Matelot - Unique		3	4
Dictateur	D1 et D2	Père : Ivraie - Matelot - Sous-Lieutenant Mère : Ito - Milord - Tina - Unique		4	5
Sibelle	C1 et C5	Père : Idéal - Matelot - Sous-Lieutenant Mère : Fram - Idéal - Matelot - Unique	x		
	C2 et C4	Père : Fram - Blanka - Sous-Lieutenant Mère : Idéal - Matelot - Unique		4	4
	C3 et C4	Père : Fram - Idéal - Matelot - Sous-Lt Mère : Idéal - Matelot - Sous-Lieutenant	x		

Le tableau est composé de six chaînes de parenté. À ce stade, il faut vérifier dans la colonne « Liste des descendants » si tous les descendants du père et de la mère sont uniques ou non redondants. Cela n'est pas le cas pour deux chaînes : C1 et C5 ainsi que C3 et C4 chez Sibelle. Il y a redondance. Les noms sont mentionnés en caractères gras. Seules les chaînes de parenté dont la liste des descendants est formée de noms uniques ou non redondants sont à prendre en considération. Toutes les autres sont à éliminer.

Indiquons une croix dans la quatrième colonne pour les chaînes à éliminer. Pour les autres chaînes, il y a lieu d'inscrire la génération de l'ancêtre commun du côté paternel dans la colonne « Gen1 » et la génération de l'ancêtre commun du côté maternel dans la colonne « Gen2 ». Finalement, quatre chaînes de parenté entrent en compte pour calculer le coefficient de consanguinité.

3. Le tableau des calculs

Dans la première colonne, sont repris les noms des quatre chaînes de parenté du tableau 2 qui entrent en compte pour calculer le coefficient de consanguinité. Dans la deuxième colonne, sont repris les deux numéros, figurant sur le pedigree, qui déterminent le commencement et la fin de chacune des quatre chaînes de parenté.

Détail du calcul du coefficient de consanguinité					
Noms des chaînes de parenté	Numéros sur le pedigree	Coefficient de l'ancêtre commun	Coefficient additionnel	Somme (Σ)	Contribution génétique en %
Matelot	4 et 6	0,125000	x (1 + 0)	0,125000	80,98%
Fram	10 et 24	0,015625	x (1 + 0,0781)	0,016845	10,91%
Dictateur	18 et 56	0,003906	x (1 + 0)	0,003906	2,53%
Sibelle	21 et 25	0,007813	x (1 + 0,1016)	0,008607	5,58%
			en valeur	0,154358	100,00%
			en %	15,4358	

Colonne « Coefficient de l'ancêtre commun »

Dans cette colonne, s'inscrit le résultat du calcul de la première partie de la formule [$(\frac{1}{2})^{gen1+gen2-1}$] laquelle donne exactement le même résultat que la formule de Wright

$[(\frac{1}{2})^{n1+n2+1}]$. La constante « +1 » remplace la constante « - 1 » de la formule Wright. Voici les calculs :

pour « Matelot » : soit $(\frac{1}{2})^{2+2-1} = (\frac{1}{2})^3 = 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 0,125$

pour « Fram » : soit $(\frac{1}{2})^{3+4-1} = (\frac{1}{2})^6 = 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 0,015625$

pour « Dictateur » : soit $(\frac{1}{2})^{4+5-1} = (\frac{1}{2})^8 = 0,0039062$

pour « Sibelle » : soit $(\frac{1}{2})^{4+4-1} = (\frac{1}{2})^7 = 0,0078125$

Calculateur sur internet : www.czerwonytrop.com/inb/index.php?full=ok&lng=en

Colonne « Coefficient additionnel »

Si parmi les ancêtres communs retenus, ils ont eux-mêmes des ancêtres communs, leur coefficient de consanguinité doit aussi être pris en compte. C'est le dernier élément du calcul qui correspond à la deuxième partie ($1 + Fa$) de la formule de Wright.

Nous avons reconstitué le pedigree à quatre générations pour chacun des noms des quatre chaînes. « Matelot » et « Dictateur » n'ont pas d'ancêtres communs. Par contre, « Fram » et « Sibelle » ont des ancêtres communs. Les calculs donnent respectivement 0,078125 pour le premier et 0,1015625 pour le second. Que nous reportons dans la colonne « Coefficient additionnel ».

Colonne « Somme (Σ) »

Le montant de la multiplication des valeurs des deux colonnes « Coefficient » sont à reprendre dans la colonne « Somme (Σ) ». Pour finaliser, il y a lieu d'opérer l'addition des valeurs recueillies dans cette colonne qui donne le coefficient de consanguinité total de Valseuse soit 0,154358 ou un taux de 15,4358 %.

Colonne « Contribution génétique en % »

La dernière colonne du tableau donne en % la contribution génétique de chacun des ancêtres communs à l'augmentation totale de l'homozygotie.

Brakel, juillet 2010.

Copyright du 05/09/2010. Ne peut être reproduit ou publié sans autorisation écrite de l'auteur.

